

## Übersicht - Vorbereitungskurs Mathematik (technisch)

Lerngebiete:

<i>Analysis</i>		<b>Stunden*</b>
1	Einführung in die Grundlagen der Mathematik	5
2	Reelle Zahlen und Funktionen	43
3	Grenzwert und Stetigkeit	13
4	Differenzialrechnung	51
5	Integralrechnung	29
6	Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung	49
		<b>190</b>
<i>Vektorielle und analytische Geometrie</i>		
7	Trigonometrie	9
8	Lineare Gleichungssysteme	11
9	Vektoralgebra	19
10	Lineare Punkträume	20
		<b>59</b>
<b>Gesamt</b>		<b>249</b>

\* Unterrichtseinheit à 45 Minuten

### LERNZIELE

<i>Analysis</i>		<b>Stunden</b>
<b>1</b>	<b>Einführung in die Grundlagen der Mathematik</b>	<b>5</b>
	Grundrechenarten; Bruchrechnen; Gleichungen und Ungleichungen	
<b>2</b>	<b>Reelle Zahlen und Funktionen</b>	<b>43</b>
2.1	Anwendung der im reellen Zahlenbereich gültigen Rechengesetze	13
2.2	Anwendung von Äquivalenzumformungen zur Lösung von linearen Gleichungen und Ungleichungen	7
2.3	Kenntnis des Funktionsbegriffs und der zugehörigen grundlegenden Begriffe	3
2.4	Darstellung linearer und quadratischer Funktionen	9
2.5	Die wichtigsten Eigenschaften ausgewählter Funktionstypen	11
<b>3</b>	<b>Grenzwert und Stetigkeit</b>	<b>13</b>
3.1	Grenzwert Erarbeitung und Verdeutlichung des Begriffs "Grenzwert", Veranschaulichung von Konvergenz und Divergenz anhand gebrochen-rationaler Funktionen, Vorbereitung des Differenzialquotienten, Anwendung der Grenzwertsätze	6
3.2	Stetigkeit Begriff der Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle sowie in einem Intervall, Durchführung von Stetigkeitsuntersuchungen an einfachen Beispielen, Eigenschaften von Funktionen, die auf abgeschlossenen Intervallen stetig sind	7
<b>4</b>	<b>Differenzialrechnung</b>	<b>51</b>
4.1	Die algebraische und geometrische Bedeutung des Differenzenquotienten	5
4.2	Definition des Differenzialquotienten und der Ableitungsfunktion	4
4.3	Bestimmung von Ableitungsfunktionen	11
4.4	Bedeutung der 1. und 2. Ableitung für das Verhalten einer Funktion	22
4.5	Differenzierung besonderer Funktionen	9

<b>5</b>	<b>Integralrechnung</b>	<b>29</b>
5.1	Begriff "Stammfunktion"; Bestimmung von Stammfunktionen stetiger Funktionen	5
5.2	Integralbegriff; Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen	7
5.3	Integration von Exponential- und Logarithmusfunktionen	5
5.4	Bestimmung von Stammfunktionen durch die Umkehrung der Kettenregel	7
5.5	Integration von Funktionen der Form $x \rightarrow f'(x) / f(x)$	5

<b>6</b>	<b>Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung</b>	<b>49</b>
6.1	Diskussion ganzrationaler Funktionen	11
6.2	Bestimmung des Funktionsterms einer ganzrationalen Funktion aus vorgegebenen Eigenschaften	6
6.3	Diskussion gebrochen-rationaler Funktionen	11
6.4	Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung auf einfache Aufgaben	13
6.5	Umgang mit einfachen nicht-rationalen Funktionen	8

### *Vektorielle und analytische Geometrie*

<b>7</b>	<b>Trigonometrie</b>	<b>9</b>
7.1	Trigonometrische Grundfunktionen	5
7.2	Kenntnisse der wichtigsten goniometrischen Formeln	1
7.3	Bestimmung der Lösungsmenge goniometrischer Gleichungen	3

<b>8</b>	<b>Lineare Gleichungssysteme</b>	<b>11</b>
8.1	Kenntnis der Begriffe "Matrix" und "Determinante"	3
8.2	Lösung linearer Gleichungssysteme	8

<b>9</b>	<b>Vektoralgebra</b>	<b>19</b>
9.1	Umgang mit Vektoren	6
9.2	Kenntnis des Aufbaus eines Vektorraums im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$	4
9.3	Berechnung des Skalarprodukts	5
9.4	Berechnung des Vektorprodukts	4

<b>10</b>	<b>Lineare Punkträume</b>	<b>20</b>
10.1	Umgang mit Gleichungen von Gerade und Ebene in Parameterform	7
10.2	Umgang mit den Gleichungen von Gerade und Ebene in Koordinatenform	3
10.3	Bestimmung der gegenseitigen Lage von Geraden und Ebenen	5
10.4	Berechnung von Abständen	5

## Vorbereitungskurs Mathematik (technisch)

LERNZIELE		LERNINHALTE	HINWEISE ZUM UNTERRICHT
<b>Analysis</b>			
<b>1</b>	<b>Einführung in die Grundlagen der Mathematik (5 Stunden)</b>		
		Grundrechenarten; Bruchrechnen; Gleichungen und Ungleichungen	Wiederholung und Ergänzung
<b>2</b>	<b>Reelle Zahlen und Funktionen (43 Stunden)</b>		
2.1	Anwendung der im reellen Zahlenbereich gültigen Rechengesetze	Aufbau der Zahlenbereiche $\mathbb{N}$ , $\mathbb{Z}$ , $\mathbb{Q}$ , $\mathbb{R}$ ; Grundbegriffe der Mengenlehre; Zusammenstellung der Rechengesetze; Rechnen mit Termen; Rechnen mit Potenzen und Logarithmen	Wiederholung und Ergänzung; Binomischer Lehrsatz; Faktorisierung; Polynomdivision; Einführung der Basis $e$ ; <i>13 Stunden</i>
2.2	Anwendung von Äquivalenzumformungen zur Lösung von linearen Gleichungen und Ungleichungen	Aussage und Aussageform; Bestimmung der Definitionsmenge; Bestimmung der Lösungsmenge bei: - linearen Gleichungen - Bruchgleichungen, die sich auf eine lineare Gleichung zurückführen lassen - linearen Ungleichungen - Bruchungleichungen; Umstellen von Formeln	Formeln aus verschiedenen Fachgebieten einbeziehen  <i>7 Stunden</i>

2.3	Kenntnis des Funktionsbegriffs und der zugehörigen grundlegenden Begriffe	<p>Reelle Funktionen:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Zuordnung</li> <li>- Eindeutigkeit</li> <li>- Funktionsterm</li> <li>- Funktionsgleichung</li> <li>- Definitions- und Wertemenge</li> <li>- Graph</li> <li>- Nullstelle</li> <li>- Monotonie</li> <li>- Symmetrie</li> <li>- Umkehrfunktion</li> </ul>	<p>Beispiele aus</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- der Wirtschaft (Kostenfunktion)</li> <li>- der Physik (z.B. Ohmsches Gesetz, gleichförmige Bewegungen)</li> </ul> <p><i>3 Stunden</i></p>
2.4	Darstellung linearer und quadratischer Funktionen	<p>Zeichnen des Graphen der linearen Funktion mit Hilfe der Steigung <math>m</math> und des <math>y</math>-Achsenabschnitts;  Zeichnen der Parabel;  Bestimmung der Schnittstellen mit den Koordinatenachsen und zwischen den Graphen;  Lösen von linearen und quadratischen Ungleichungen;  Aufstellen von Funktionsgleichungen</p>	<p>Beispiele aus der Physik:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Wurfparabel</li> <li>- freier Fall</li> </ul> <p><i>9 Stunden</i></p>
2.5	Die wichtigsten Eigenschaften ausgewählter Funktionstypen	<p>Potenzfunktion <math>x \rightarrow x^n</math>;  Wurzelfunktion <math>x \rightarrow \sqrt[n]{x}</math>;  Gebrochen-rationale Funktion <math>x \rightarrow (ax+b)/(cx+d)</math>;  Exponentialfunktion;  Logarithmusfunktion;  Trigonometrische Funktionen</p>	<p>Beispiele aus der Kinematik und Elektrizitätslehre;  Darstellung als Umkehrrelation zur Potenzfunktion;  Aufzeigen des Zusammenhangs zwischen den beiden Funktionen;  Beispiele aus der Finanzmathematik;  Elektromagnetische Schwingungen;  Wachstumsprozesse;  Altersbestimmungen;  Radioaktiver Zerfall</p> <p><i>11 Stunden</i></p>

<b>3</b>	<b>Grenzwert und Stetigkeit (13 Stunden)</b>		
3.1	Grenzwert Erarbeitung und Verdeutlichung des Begriffs "Grenzwert", Veranschaulichung von Konvergenz und Divergenz anhand gebrochen-rationaler Funktionen, Vorbereitung des Differenzialquotienten, Anwendung der Grenzwertsätze	Quotient von Funktionen;  Grenzwert einer Funktion für $x \rightarrow \pm\infty$ bzw. $x \rightarrow x_0$ ;  Grenzwertsätze für Summe, Differenz, Produkt und Quotient von Funktionen	Die Grenzwertberechnungen dienen der Vorbereitung des Differenzialquotienten; Es genügt, die Grenzwertsätze plausibel zu machen. Die grafische Darstellung gebrochen-rationaler Funktionen dient zur Veranschaulichung, sollte aber nicht geprüft werden; Die Begriffe Unendlichkeitsstelle, behebbare Definitionslücke und Asymptote werden nur anschaulich verwendet. <i>6 Stunden</i>
3.2	Stetigkeit Begriff der Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle sowie in einem Intervall, Durchführung von Stetigkeitsuntersuchungen an einfachen Beispielen, Eigenschaften von Funktionen, die auf abgeschlossenen Intervallen stetig sind	Stetigkeit einer Funktion an einer Stelle; Stetigkeit in einem Intervall; Zwischenwertsatz; Nullstellensatz; Extremwertsatz	Der Begriff der Stetigkeit soll anschaulich verdeutlicht werden; Auf Stetigkeitsuntersuchungen mit Parameter wird verzichtet; Die Sätze werden anschaulich vermittelt; Eine numerische Methode zur Nullstellenermittlung sollte exemplarisch durchgeführt werden. Hierbei eignet sich der Einsatz von Computerprogrammen. <i>7 Stunden</i>
<b>4</b>	<b>Differenzialrechnung (51 Stunden)</b>		
4.1	Die algebraische und geometrische Bedeutung des Differenzenquotienten	Annäherung einer Funktion $f$ in einem abgeschlossenen Intervall $[x_0; x_1]$ durch die lineare Funktion: $x \rightarrow f(x_0) + [f(x_1) - f(x_0)] / (x_1 - x_0) \cdot (x - x_0)$	Aus den Kennlinien den dynamischen Widerstand bestimmen <i>5 Stunden</i>
4.2	Definition des Differenzialquotienten und der Ableitungsfunktion	Differenzialquotient als Grenzwert des Differenzenquotienten; Definition der Tangentensteigung als Grenzwert der Sekantensteigung und deren Bestimmung	Differenzialquotient in Technik und Naturwissenschaft, z.B.: - Geschwindigkeit - Beugung - Induktionsspannung <i>4 Stunden</i>

4.3	Bestimmung von Ableitungsfunktionen	Ableitung der Funktionen: $x \rightarrow c$ mit $c \in \mathbb{R}$ ; $x \rightarrow x^n$ mit $n \in \mathbb{N}$ ; $x \rightarrow \sin x$ ; Ableitungsregeln für Summe, Produkt, Quotient und Verkettung von Funktionen; Ableitung der elementaren trigonometrischen Funktionen	11 Stunden
4.4	Bedeutung der 1. und 2. Ableitung für das Verhalten einer Funktion	Untersuchung von ganzrationalen Funktionen auf Differenzierbarkeit, Monotonieverhalten, Krümmungsverhalten, Relative Extremwerte, Wendepunkte	Zusammenhang zwischen Stetigkeit und Differenzierbarkeit am Beispiel der Betragsfunktion aufzeigen; Zusammenhang zwischen der Ausgangsfunktion und den Ableitungsfunktionen graphisch herstellen 22 Stunden
4.5	Differenzierung besonderer Funktionen	Exponentialfunktion; Logarithmusfunktion; Allgemeine Potenzfunktion; Trigonometrische Funktionen	9 Stunden

<b>5</b>	<b>Integralrechnung (29 Stunden)</b>		
5.1	Begriff "Stammfunktion";  Bestimmung von Stammfunktionen stetiger Funktionen	Integrieren als Umkehrung des Differenzierens; Stammfunktion; Unbestimmtes Integral; Stammfunktion von: $x \rightarrow c$ mit $c \in \mathbb{R}$ ; $x \rightarrow x^r$ mit $r \in \mathbb{Q} \setminus \{-1\}$ ; $x \rightarrow \sin x$ ; $x \rightarrow \cos x$ ; Stammfunktionen einer Summe und eines Produkts mit einem konstanten Faktor	5 Stunden
5.2	Integralbegriff; Berechnung bestimmter Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen	Herleiten des bestimmten Integrals; Integralfunktion; Berechnung von Flächeninhalten	Historische Entwicklung des Integralbegriffs  7 Stunden
5.3	Integration von Exponential- und Logarithmusfunktionen	$x \rightarrow ae^{kx}$ ; $x \rightarrow 1/x$	5 Stunden

5.4	Bestimmung von Stammfunktionen durch die Umkehrung der Kettenregel	$x \rightarrow f(ax + b)$	7 Stunden
5.5	Integration von Funktionen der Form $x \rightarrow f'(x) / f(x)$	Integration durch Substitution	Flächenberechnung eines Kreises 5 Stunden

<b>6 Anwendung der Differenzial- und Integralrechnung (49 Stunden)</b>			
6.1	Diskussion ganzrationaler Funktionen	Bestimmen von: - Definitionsbereich - Symmetrie - Nullstellen - Monotonie - Extremwerte - Krümmungsverhalten - Wendepunkte - Wertebereich - Graph - Tangentengleichung; Funktionsterme mit Parametern	Verwendung von Funktionen höchstens 4. Grades  11 Stunden
6.2	Bestimmung des Funktionsterms einer ganzrationalen Funktion aus vorgegebenen Eigenschaften	Aufstellen der Bestimmungsgleichung aus vorgegebenen Eigenschaften; Lösen des Gleichungssystems	6 Stunden
6.3	Diskussion gebrochen-rationaler Funktionen	Bestimmen von: - Definitionsbereich - Symmetrie - Polen - Asymptoten (Regel von L'Hospital) - Definitionslücke - Nullstellen - Extremwerte - Wendepunkte - Wertebereich - Graph	Beispiel aus dem Bereich Optik (Linsengleichung) und Elektrizität (Reihen- und Parallelschaltung)  11 Stunden



<b>9 Vektoralgebra (19 Stunden)</b>			
9.1	Umgang mit Vektoren	Definition des Vektors; Vektoraddition; Skalarmultiplikation; Begriff des Nullvektors und des inversen Vektors	Kräfteparallelogramm; Augenoptik: Zylinderbestimmung  <i>6 Stunden</i>
9.2	Kenntnis des Aufbaus eines Vektorraums im $\mathbb{R}^2$ und $\mathbb{R}^3$	Basisvektoren; Linearkombinationen; Begriff der linearen Abhängigkeit	Zeichnerische Darstellung von Kollinearität und Komplanarität <i>4 Stunden</i>
9.3	Berechnung des Skalarprodukts	Definition des Skalarprodukts; Betrag eines Vektors; Normierung eines Vektors; Berechnung von Winkeln zwischen Vektoren	Physik: Arbeit, Spannung  <i>5 Stunden</i>
9.4	Berechnung des Vektorprodukts	Definition des Vektorprodukts; Berechnungen	Drehmoment; Winkelgeschwindigkeit; Lorentzkraft <i>4 Stunden</i>

<b>10 Lineare Punkträume (20 Stunden)</b>			
10.1	Umgang mit Gleichungen von Gerade und Ebene in Parameterform	Darstellung der Gerade durch Zwei-Punkte-Form bzw. Punkt-Richtungsform; Darstellung der Ebene durch: - drei Punkte - zwei Richtungsvektoren und einen Punkt - zwei parallele Geraden	Beschreibung der 3 Koordinatenebenen  <i>7 Stunden</i>
10.2	Umgang mit den Gleichungen von Gerade und Ebene in Koordinatenform	Zwei-Punkte-Form; Achsenabschnittsform der Geraden; Normalform der Ebene	Aufzeigen des Zusammenhangs zwischen Parameterform und Koordinatenform <i>3 Stunden</i>
10.3	Bestimmung der gegenseitigen Lage von Geraden und Ebenen	Berechnung von Schnittmengen und Schnittwinkeln zwischen: - zwei Geraden - einer Geraden und einer Ebene	<i>5 Stunden</i>
10.4	Berechnung von Abständen	Abstand zweier Punkte; Abstand eines Punktes von einer Ebene; Hessesche Normalform; Spiegelung an Gerade und Ebene	<i>5 Stunden</i>